

磁浸没透镜的宽束曲轴像差分析的微分代数方法研究

程 敏, 唐天同, 姚振华, 王振华
(西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西西安 710049)

摘 要: 微分代数是计算机数值分析领域中的一个非常有效的方法, 可以实现任意高阶微分的准确计算. 本文根据微分代数方法的基本原理, 将其引入到磁浸没透镜的宽束曲轴像差的分析计算中, 得到了任意阶曲轴像差的微分代数表达式. 文中针对轴上磁场具有某种解析表达式的一个实际的磁浸没透镜系统, 利用微分代数的曲轴像差分析方法, 计算了它的曲轴像差, 并给出了全部二阶和三阶几何像差的分布图形.

关键词: 微分代数; 磁浸没透镜; 曲轴像差

中图分类号: O463.1 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2002)06-0846-03

Study on Differential Algebraic Method of Curvilinear-Axis Aberration Analysis with Wide Beam for Magnetic Immersion Lenses

CHENG Min, TANG Tiarr tong, YAO Zherr-hua, WANG Zherr-hua
(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract: Differential algebraic method is an effective technique in computer numerical analysis. It can exactly implement differentiation up to arbitrary high order. The principle of differential algebraic method is applied to calculate curvilinear axis aberrations with wide beam for magnetic immersion lenses, and the differential algebraic expressions of arbitrary order aberrations are obtained. An illustrative magnetic immersion lens which has an analytic axial field distribution has been studied by using differential algebraic method of curvilinear axis aberration analysis. All the second order and the third order geometric aberration diagrams are given.

Key words: differential algebra; magnetic immersion lenses; curvilinear axis aberrations

1 引言

在电子光学中有关磁浸没透镜的研究和应用均较少, 由于阴极浸没于磁场中, 电子的初始正则角动量矩不为零, 使得该系统的聚焦成像以及像差性质都很特殊, 与一般的短电子透镜有显著不同. 在这种成像系统中, 电子不是朝着公共轴而是朝着局部磁力线附近聚焦的, 因而避免了物与像平面之间束腰的形成和与之相关联的随机库仑相互作用, 有助于解决投影式电子束曝光系统中束腰处存在的库仑相互作用问题. 另外, 用于投影式曝光系统中的磁浸没透镜, 除了要求特别高的分辨率以外, 还要求工作于较大的视场即物和像的尺寸都比较大. 这些都使得传统的电子光学聚焦成像及像差理论难以直接应用. 我们在前面的工作中已经对这种磁浸没透镜的高斯成像性质和初级像差进行了理论研究和数值模拟^[1], 从这些工作中可以看出, 用传统的像差理论解决这类宽束曲轴像差问题, 不仅推导过程非常繁琐, 而且在高于两阶的像差推导中, 这种方法求解的复杂度急剧变大, 甚至到了难以使用的程度. 本文采用的微分代数方法, 为磁浸没透镜系统的宽束曲

轴像差分析和计算提供了一个非常有效的工具.

2 曲轴坐标系下的电子轨迹方程

一个局部的正交坐标系可由曲线的切线、法线和次法线的单位向量 t^0 、 n^0 与 b^0 构成, 当曲光轴为非平面的空间曲线时, 利用上述局部坐标系并不方便. 在法平面将 n^0 与 b^0 两个局部坐标轴旋转 ϕ 角^[2], 即:

$$\phi(s) = \int_{s_0}^s -n^0(s) \cdot b^0(s) ds \quad (1)$$

式中撇号“'”表示对弧长 s 求导函数, 则坐标轴旋转后形成的轴 x, y 与 z (z 即弧长 s) 构成了正交曲线坐标系 (x, y, z) . 在这个正交曲线坐标系里, 用拉梅(Lamé)系数表示微分弧元的长度, 即:

$$ds^2 = h_x^2 dx^2 + h_y^2 dy^2 + h_z^2 dz^2 \quad (2)$$

其中:

$$h_x = h_y = 1, h_z = 1 - xk \cos \phi - yk \sin \phi = 1 - k_x x - k_y y, \quad (3)$$

k 为曲线的曲率

在该正交曲线坐标系 (x, y, z) 中, 电子在复合电磁场中的一般轨迹方程可表示为^[3]:

$$\begin{cases} x'' - \frac{x'T'}{T} + \frac{x'}{2U} \frac{dU}{dz} + k_x h_z = \frac{T^2 \partial U}{2U \partial x} + \frac{T}{\sqrt{U}} \gamma (y' B_z - h_z B_y) \\ y'' - \frac{y'T'}{T} + \frac{y'}{2U} \frac{dU}{dz} + k_y h_z = \frac{T^2 \partial U}{2U \partial y} + \frac{T}{\sqrt{U}} \gamma (h_z B_x - x' B_z) \end{cases} \quad (4)$$

其中 U 是不考虑相对论效应时的电子的加速电位, $\gamma = -\sqrt{-e/2m_0}$, $T = \sqrt{h_z^2 + x'^2 + y'^2}$, 式中“ $'$ ”和“ $''$ ”表示对 z 求一阶和二阶导数, 磁感应强度 $\mathbf{B}(x, y, z)$ 在上述正交曲线坐标系中 x, y 与 z 方向上的投影 B_x, B_y 和 B_z 在文献^[1]中已经给出。

对于式(4)的轨迹方程, 我们采用一种较为精确的方法——哈明预测校正法求解^[4], 该法是一种“多步法”, 每一步先求出近似的预测值, 再根据预测值进行校正, 从而保证了较高的精度。哈明公式仍是四阶精度, 但此方法的稳定性好, 用较长的步、不多的步数即可得到满意的结果。此法的缺点是不能自动起步, 需要有另外的方法(如四阶龙格—库塔法)造表头。哈明方法已被成功用到带电粒子光学轨迹计算的问题中。

3 磁浸没透镜的微分代数曲轴像差分析理论

磁浸没透镜系统属于宽电子束系统, 它要求在较大的视场下仍有很高的分辨率和很小的畸变, 因此在研制设计时, 必须考虑到整个像场的各种像差甚至高阶像差。曲轴系统中, 像差的计算是非常复杂繁冗的, 已发表的关于磁浸没透镜的像差计算仅限于二阶^[1]。这里, 将国外新出现的一种非标准分析的数学方法——微分代数引入到曲轴像差的分析计算中。微分代数是 A Robinson 的“非标准分析”理论和简正级数理论为基础^[5], 结合计算机技术形成的一种崭新的“自动微分”技术, 使得微分作为一种代数算子而存在。这种数学方法将各种微分运算及微分方程描述的非线性现象处理成扩展数的映射关系, 而只通过有限的算术运算即可获得非线性的传递性质, 即任意阶的像差, 而且可以达到非常高的计算精度。根据微分代数的原理可知, 它可以不推导像差的表达式, 而是只要计算一条“参考轨迹”, 即可自动得出系统的高斯光学性质和各阶像差系数的大小, 其复杂度完全与计算阶数无关, 并且没有截断误差, 计算精度仅受限于机器精度。

对于我们所研究的磁浸没透镜系统, “参考轨迹”的计算利用上节所给出的电子运动的一般轨迹方程式(4), 使用哈明预测校正法求解, 同时将粒子的坐标 x, y 及斜率 x', y' 设为微分代数量, 在微分代数结构 nD_v 中对电子运动轨迹进行追踪, 所得结果可表示为:

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ x'_f \\ y'_f \end{bmatrix}_n = \sum_{i,j,k,l=0}^{i+j+k+l=n} x_{i0}^i y_{j0}^j x'_{k0} x'_{l0} \begin{bmatrix} A_{ijkl} \\ B_{ijkl} \\ C_{ijkl} \\ D_{ijkl} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中前缀 n 表示系统的像差是计算到 n 阶的, 式(5)即是物平面在 $z = z_0$, 像平面在 $z = z_f$ 处的磁浸没透镜系统的任意阶像差的微分代数表示式。例如, $n = 3$ 时, 表一给出了三阶几何像

差所对应的微分代数系数。

表 1 x, y 方向的三阶几何像差所对应的微分代数系数

分类	对应的像差系数	x 方向		y 方向	
		符号	微分代数系数	符号	微分代数系数
< 3, 0 >	畸变系数	< $x x^3$ >	A_{300}	< $y x^3$ >	B_{300}
		< $x x^2 y$ >	A_{210}	< $y x^2 y$ >	B_{210}
		< $x x y^2$ >	A_{120}	< $y x y^2$ >	B_{120}
		< $x y^3$ >	A_{030}	< $y y^3$ >	B_{030}
< 2, 1 >	场曲和像散系数	< $x x^2 x'$ >	A_{2010}	< $y x^2 x'$ >	B_{2010}
		< $x x^2 y'$ >	A_{2001}	< $y x^2 y'$ >	B_{2001}
		< $x y^2 x'$ >	A_{0210}	< $y y^2 x'$ >	B_{0210}
		< $x y^2 y'$ >	A_{0201}	< $y y^2 y'$ >	B_{0201}
		< $x x y x'$ >	A_{1110}	< $y x y x'$ >	B_{1110}
		< $x x y y'$ >	A_{1101}	< $y x y y'$ >	B_{1101}
< 1, 2 >	彗差系数	< $x x x'^2$ >	A_{1020}	< $y x x'^2$ >	B_{1020}
		< $x x y'^2$ >	A_{1002}	< $y x y'^2$ >	B_{1002}
		< $x y x'^2$ >	A_{0120}	< $y y x'^2$ >	B_{0120}
		< $x y y'^2$ >	A_{0102}	< $y y y'^2$ >	B_{0102}
		< $x x x' y'$ >	A_{1011}	< $y x x' y'$ >	B_{1011}
		< $x y x' y'$ >	A_{0111}	< $y y x' y'$ >	B_{0111}
< 0, 3 >	球差系数	< $x x'^3$ >	A_{0030}	< $y x'^3$ >	B_{0030}
		< $x x' x' y'$ >	A_{0021}	< $y x' x' y'$ >	B_{0021}
		< $x x' y' y'$ >	A_{0012}	< $y x' y' y'$ >	B_{0012}
		< $x y'^3$ >	A_{0003}	< $y y'^3$ >	B_{0003}

4 计算实例

这里研究一个对称轴上的磁场具有解析表达式的缩倍场, 这个表达式能近似代表某种磁浸没透镜的轴上磁场分布。假设轴上磁场分布为:

$$B(z) = B_0 \sqrt{1 - \frac{k-1}{k+1} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} z\right)} \quad (6)$$

式中 B_0 为均匀磁场分量; $k = B_{\max}/B_{\min}$ 表征磁场的收缩比; (为常数, 即余弦分布的场的半周期。

对于一个实际的磁浸没透镜, 假设所研究的磁浸没透镜系统中的电场是均匀加速场, 则加速电位是恒定值, 此时电子运动的一般轨迹方程式(4)简化为:

$$\begin{cases} x'' - \frac{x'T'}{T} + k_x h_z = \frac{T}{\sqrt{U}} \gamma (y' B_z - h_z B_y) \\ y'' - \frac{y'T'}{T} + k_y h_z = \frac{T}{\sqrt{U}} \gamma (h_z B_x - x' B_z) \end{cases} \quad (7)$$

选取 $B_0 = 0.04$ 特斯拉, $k = 8$, $\lambda = 100$ 毫米, 加速电位 $U = 25000$ 伏, 初始半径 $r_0 = 0.5$ 毫米。可以利用节 3 所提出的微分代数的曲轴像差分析理论, 在 nD_v 结构中通过一次轨迹追踪后, 可以得到所研究的透镜系统的任意阶像差性质。作为例子, 这里只给出了该实际磁浸没透镜的全部二阶和三阶几何像差的图形, 其像差系数的具体数值省略。

5 结论

本文应用了微分代数的基本原理, 将其引入到磁浸没透

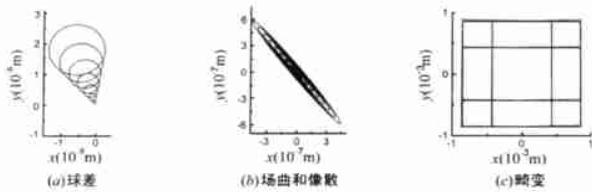


图1 磁浸没透镜的二阶几何像差的图象

(在(a)中, $x_0=0, y_0=0, r'_0=0\sim 2\text{mrad}$; (b)中, $r_0=2\text{mm}, r'_0=0\sim 2\text{mrad}$; (c)中, 实线为高斯图象, 虚线为高斯图象和二阶畸变的叠加.)

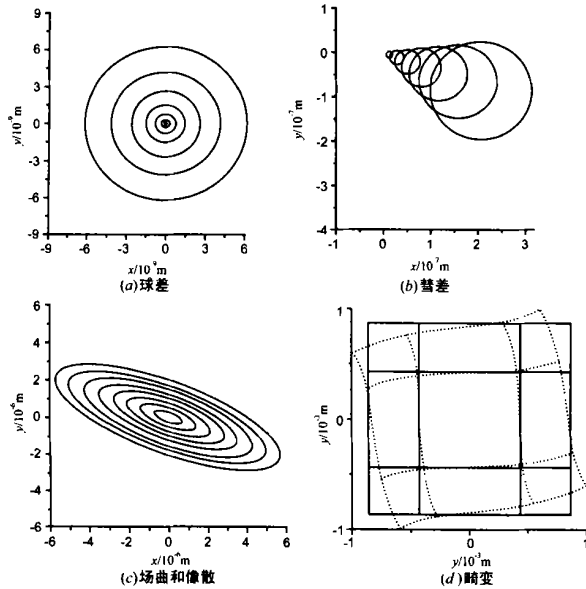


图2 磁浸没透镜的三阶几何像差的图象

(在(a)中, $x_0=0, y_0=0, r'_0=0\sim 2\text{mrad}$; (b)和(c)中, $r_0=2\text{mm}, r'_0=0\sim 2\text{mrad}$; (d)中, 实线为高斯图象, 虚线为高斯图象和三阶畸变的叠加.)

镜系统的宽束曲轴像差的分析计算中, 得到了任意阶曲轴像差的微分代数表达式. 作为例子, 应用文中提出的微分代数的曲轴像差分析方法, 计算了轴上场分布具有解析表达式的实际磁浸没透镜的曲轴像差, 并给出了全部二阶和三阶几何像

差的分布图形. 借助本文提出的微分代数方法在磁浸没透镜系统的像差分析的成功应用, 可进一步将其推广到其它复杂的宽束曲轴电子光学系统的高阶像差计算即非线性传递性质的分析中.

参考文献:

- [1] 程敏, 唐天同. 磁浸没透镜的宽束曲轴像差理论 [J]. 电子学报, 2001, 29(6): 811-813.
- [2] Hawkes P W, Kasper E. Principles of Electron Optics Vol. 2 [M]. New York: Academic Press, 1989.
- [3] 王莉萍. 电子光学任意阶像差的微分代数理论、计算方法及在显像管偏转系统中的应用 [D]. 西安: 西安交通大学, 2000.
- [4] 唐天同. 应用带电粒子光学引论 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1986.
- [5] Robinson A. Nonstandard analysis [A]. Proceedings of the Royal Academy of Sciences Ser A64 [C]. Amsterdam, North-Holland, B64: 1961. 432-440.

作者简介:



程敏女, 1975年8月出生于山东临沂市, 1997年毕业于西安交通大学电子工程系并获学士学位, 现为西安交通大学电子科学与技术系博士研究生, 主要研究方向为 ULSI 电子束曝光系统的场数值计算和有关带电粒子光学领域的理论计算.



唐天同男, 1938年10月出生于四川成都市, 1961年毕业于北京清华大学无线电电子学系, 现为西安交通大学电子与信息工程学院教授、物理电子学学科首位博士生导师, 主要从事有关带电粒子光学、光电子技术与电子、离子与光子束和纳米加工技术等方面的教学与科学研究工作, 在国内外重要期刊和会议上发表论文 150 余篇, 专著 4 本.